UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NOROESTE DE BUENOS AIRES
UNNOBA

LABORATORIO de ENSAYO de MATERIALES y ESTRUCTURAS
LEMEJ

INTRODUCCIÓN
al EMPLEO de la MECÁNICA COMPUTACIONAL
EN EL CÁLCULO DE CUERPOS MATERIALES RESISTENTES

Luis Lima
Profesor Emérito

Lima, Luis Julián
Introducción al empleo de la Mecánica Computacional en el cálculo de cuerpos materiales resistentes / Luis Julián Lima. - 1a edición - La Plata : Luis Julián Lima, 2021.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-88-6846-2

1. Ingeniería. I. Título.
CDD 620.11

Contenido

INTRODUCCIÓN
AL EMPLEO DE LA "MECÁNICA COMPUTACIONAL"
EN EL CÁLCULO DE CUERPOS MATERIALES RESISTENTES

1. Introducción

"Pese a todo, el punto de vista platónico es inmensamente valioso. Nos dice que debemos ser cuidadosos en distinguir las entidades matemáticas precisas de las aproximaciones que vemos a nuestro alrededor en el mundo de los objetos físicos."[1]

El desarrollo del conocimiento científico en base a la construcción de modelos matemáticos, ha demostrado ser un instrumento tan poderoso para interpretar y eventualmente controlar el mundo de la naturaleza, que muchas veces se olvida que estos desarrollos matemáticos, en sí mismos, ─estos modelos matemáticos que buscan representar fenómenos naturales─ constituyen una aproximación al mundo que describen solo en la medida en que se conozca experimentalmente dicho mundo, esta condición vale, al menos, para todo quehacer ingenieril, lo que constituye un primer desafío: la interpretación de los datos experimentales con suficiente aproximación. Además hay un segundo desafíoo, los modelos matemáticos más elaborados de que se dispone en el mundo de la Física[2], siempre refiriéndonos a los avalados experimentalmente, pueden describir lo que se desee y con todo el detalle buscado pero, muchas veces, solo se los puede resolver matemáticamente en los casos más sencillos lo que marca, en este caso, otro tipo de límite: más allá de la representatividad incierta del modelo, la imposibilidad de encontrar soluciones matemáticas que lo satisfagan[3]. Estos desafíos, hasta ahora no superados, llevaron a Albert Einstein a afirmar que, "*en la medida en que las leyes de la matemática se refieren a la realidad, no son cierta. Y en la medida en que son ciertas no se refieren a la realidad*[4]".

En resumen, cuando se estudia cualquier fenómeno de la naturaleza, con más razón si se lo hace buscando soluciones tecnológicas, como ocurre en el ejercicio de la ingeniería ─lo que implica, de hecho, que lo que se haga va a ser sometido a prueba en cuanto se lo comience a utilizar─ se deben buscar modelos lo bastante completos, luego complejos, como para entender suficientemente el fenómeno en todas sus posibilidades, y suficientemente sencillos como para que su solución matemática sea comprensible y manejable. Este pareciera ser actualmente el único camino para llegar a resultados valederos y aplicables.

---

[1] Ver referencia bibliográfica [1].
[2] Parte del cual es el mundo de las Ingenierías.
[3] Piénsese, por ejemplo, en las soluciones de las ecuaciones de la Teoría de la Relatividad de Einstein.
[4] A. Einstein :"Física y Realidad", 1936.

En el presente texto solo nos vamos a referir a los fenómenos físicos vinculados al estudio del comportamiento resistente de los cuerpos materiales sometidos a acciones externas denominados, en el lenguaje técnico "estructuras resistentes" o simplemente "estructuras", pero esto último solo en los casos en que se tenga claro que se trata de cuerpos destinados a resistir acciones externas[5]. La rama de la física que estudia estos fenómenos y las posibilidades de su empleo técnico, se denomina "Teoría de las Estructuras"[6]. Esta ciencia se ocupa de todos los modelos matemáticos referidos a la interpretación del comportamiento de los cuerpos materiales cuando realizan trabajo resistente.

La forma de operar de la Teoría de las Estructuras, en cualquiera de sus ramas[7], es la siguiente:

1) Obtención experimental de datos de la realidad, ciertos y verificables.
2) Construcción de un modelo matemático que los interprete adecuadamente.
3) Resolución del modelo matemático, lo que permitirá prever comportamientos.
4) Interpretación física de los resultados.

El cumplimiento de las cuatro (4) etapas señaladas responde a las siguientes acciones:

1) Los *datos de la realidad* surgen del análisis e interpretación de un número muy significativo de resultados experimentales[8].
2) Los *modelos* surgen de la interpretación matemática de los datos ─de allí su nombre: "modelos matemáticos"─ y esta última es, en general, una teoría hipotético-deductiva que toma, como hipótesis básicas, cierta simplificaciones adecuadas de las propiedades generales surgidas de los datos de la realidad. El modelo está constituido por un sistema de ecuaciones.
3) *Resolución* matemática del modelo matemático, es lo que generalmente se conoce como "calcular" la estructura, e implica resolver el sistema de ecuaciones indicado en el punto precedente.
4) *Interpretación* física de los datos obtenidos al resolver el sistema de ecuaciones (es el camino inverso de 2).

La obtención de *datos* experimentales es más tediosa que laboriosa. Su *análisis e interpretación* requiere un profundo trabajo teórico, original y creativo basado en el razonamiento, no es tedioso ni laborioso, pero suele configurar un desafío intelectual serio. La *construcción del modelo* se basa en la aplicación de alguna

---

[5] Existen estructuras en muchas áreas del conocimiento, como la lingüística o la matemática, más aún, en época del auge de la escuela filosófica conocida como "estructuralismo" se buscaron estructuras casi en cualquier tema.

[6] También podríamos denominarla "Resistencia de Materiales", pero no lo emplearemos pues es una denominación ambigua.

[7] Cada una de estas ramas se ocupa de un grupo de cuerpos materiales con respuestas resistentes similares, como veremos más adelante.

[8] En general no surgen de la investigación en forma directa.

de las teorías existentes; es acá donde se plantea el gran desafío de conjugar simplicidad y precisión, pues suele ocurrir que cuando una aumenta la otra disminuye. Finalmente, el problema más complejo lo constituye la *solución matemática* del modelo, para lo que se presentan dos posibilidades: a) si efectivamente se puede resolver el sistema de ecuaciones que define al modelo, y se lo hace sin realizar simplificaciones excesivas, el cálculo de la estructura ha finalizado; b) caso contrario hay que recurrir a soluciones numéricas las que, hoy por hoy, suelen ser ser las más confiables. Es acá, en la resolución del modelo, donde la Mecánica Computacional resulta imprescindible[9].

En resumen la Mecánica Computacional, en la medida en que sea bien empleada, resulta un camino apto, sencillo y potente para resolver las ecuaciones que surgen de los modelos matemáticos con los que se representa la realidad. Luego. Para aplicarla, se debe disponer de dichos modelos matemáticos, es decir, construirlos para cada caso particular. La construcción del modelo es, en consecuencia, el cometido esencial de quienes se dedican al estudio y aplicación práctica de los cuerpos materiales resistente. En consecuencia, en el presente trabajo nos ocuparemos de repasar y analizar las diversas teorías, actualmente disponibles para la construcción del modelo. Se trata, en definitiva, de analizar en conjunto, y relacionándolos entre sí cuando corresponda, temas ya vistos en los cursos de Estructuras. Esto resulta necesario pues en toda tarea de proyecto es esencial que los modelos que se utilicen sean adecuados y representativos del problema que se está planteando y se pretende resolver.

Para completar este primer punto, haremos una somera descripción de las principales acciones que integran un proceso de proyecto, cómo se relacionan entre sí y cuál es el papel que cumple en él la Mecánica Computacional.

La Mecánica computacional, que se estudiará *in-extenso* en los cursos de Estructuras III y IV es una herramienta de cálculo sumamente poderosa por lo que, por un lado, hay que emplearla todas las veces que sea necesario pero, por otro, debe hacérselo con sumo cuidado y solo en los casos para los que resulta adecuada. Emplearla todas las veces que sea necesario, implica que se trata de una herramienta de cálculo que permite resolver mejor todo problema resistente que plantee una estructura cargada expresada a través de un *modelo matemático*. Emplearla *con cuidado* implica conocer en profundidad tanto sus grandes posibilidades es decir, el campo de aplicación para el que fue desarrollado el programa que se pretende usar, cuanto los límites de validez de las respuestas que da, que vienen definidos por las hipótesis básicas sobre las que se elaboró el programa en cuestión. Por esta razón resulta imprescindible conocer estas hipótesis en el momento de decidir el empleo de un programa determinado. Estos son los conocimientos que se van a adquirir en el Curso de Mecánica Computacional que se desarrollará en el Área Materiales y Estructuras. Emplearla en *los casos que corresponda* es una tarea más ardua[10], pues para ello se deben conocer con certeza los conceptos básicos esenciales que llevaron a la construcción del modelo matemático que se debe resolver,

[9] Aunque también puede intervenir con provecho en alguna de las otras etapas.
[10] Quien deba ajustar un tornillo debe tener muy en claro si la herramienta que necesita es un destornillador o un serrucho.

estos modelos se sustentan en la Teoría de las Estructuras. En el presente texto se intenta dilucidar esta segunda parte del problema.

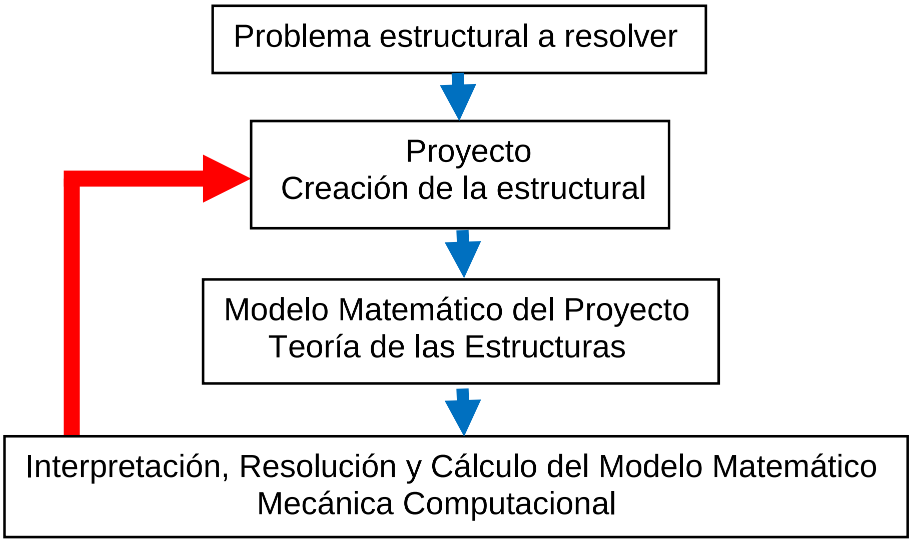
La Mecánica Computacional se aplica a estructuras en proceso de proyecto, las que están representadas por sus *modelos matemáticos*. De ello surgen dos conclusiones importantes: 1) la Mecánica Computacional se aplica principalmente para resolver *modelos matemáticos*, lo que implica prever el comportamiento resistente del cuerpo en estudio; 2) luego, para aplicarla, se debe contar con un *modelo matemático* previamente definido el cual, sin embargo, podrá modificarse en base a los resultados del cálculo. Aplicando determinados procedimientos ─por ejemplo el de Conjuntos Borrosos─ la participación de la Mecánica Computacional puede extenderse a las etapas de construcción del modelo.

El objetivo de los Cursos de Estructuras consiste en que se aprenda a *proyectar* ─es decir, imaginar, crear─ sistemas resistentes que satisfagan determinadas condiciones de contorno, además todos ellos deben cumplir una *función* preestablecida con *adecuada seguridad*. Es condición *sine-qua-non* que se satisfaga completamente la función para cuyo cumplimiento el sistema fue creado, pues las estructuras de la ingeniería siempre se construyen para algo, caso contrario entrarían en la categoría de esculturas. En principio, este *algo* implica satisfacer una necesidad social, por lo que el *Proyecto* debe garantizar la satisfacción de ese cometido, el que constituye, sin ninguna duda, un objetivo esencial. El *Cálculo* es el encargado de verificar que ese algo se satisfaga eficientemente y con adecuada seguridad mediante la construcción de la estructura proyectada. Este segundo paso es también un objetivo esencial, pero secundario, pues solo importa en los casos en que se haya satisfecho el primero. Ambas comprobaciones se efectúan sobre la estructura ya proyectada y si alguna de ellas no es satisfactoria hay que modificar el proyecto inicial hasta lograrlo.

La Teoría de las Estructuras tiene como objetivo predecir el comportamiento resistente de una estructura como consecuencia de su *geometría*, de las *cargas* que se le apliquen, las condiciones de estaticidad o movimiento que posean estas cargas, y de las *propiedades mecánicas* de los cuerpos materiales que la integran. Como resultado de su aplicación se obtiene un modelo matemático de la estructura el que, como ya dijimos, consiste en un sistema de ecuaciones que debe ser resuelto matemáticamente. Es evidente que la Teoría de las Estructuras no es, propiamente hablando, una herramienta de proyecto sino una destinada a construir el modelo matemático de una estructura ya definida en su forma y dimensiones, es decir, de un anteproyecto que solo se transformará en proyecto si su cálculo indica que ello es posible.

La Mecánica Computacional es, seguramente, una de las herramientas más poderosas con que se cuenta para resolver el conjunto de ecuaciones denominado *modelo matemático*. No es una herramienta de proyecto, su función consiste, nada más ni nada menos, que en calcular una estructura cuyo proyecto preliminar, o anteproyecto, ya existe, pero los resultados del cálculo puedan imponer su modificación, lo que implica un nuevo cálculo. La resolución del modelo finalmente adoptado conduce, por lo menos, a conocer su *comportamiento en servicio* y su seguridad frente a cualquier tipo de estado de *puesta fuera de servicio*. A este respecto es bueno recordar lo aseverado por Eduardo Torroja, uno de los grandes proyectistas de estructuras del siglo XX, ”*Las teorías rara vez dan más que una comprobación de las bondades o del desacierto de la forma y proporciones que se imaginan para la obra*” [11].

El proceso que finaliza con la definición precisa de la estructura a construir, se puede esquematizar de la manera siguiente:



La Mecánica Computacional es, hoy por hoy, una herramienta prácticamente insustituible para la adecuada definición de ciertas obras de ingeniería. Precisamente por ello, por ser una herramienta muy poderosa, es necesario utilizarla sabiendo bien qué es lo que se está haciendo, o sea, ubicándola en su justo lugar en todo proceso de proyecto, lo que implica tener en claro en qué marco de conocimientos teóricos se debe colocar cada uno de los diversos programas de cálculo computacional disponibles. En consecuencia, para poder operar razonadamente con programas avanzados de cálculo, es decir, para poder saber en todo momento qué es lo que se hace y por qué se lo hace, hay que dar satisfacción a algunas premisas previas:

1. Saber qué programa emplear, de entre los disponibles, y por qué hacerlo[12].
2. Conocer el fundamento teórico de lo que el programa hace y cómo lo hace, en otras palabras, hay que *saber hacer* lo que el programa hace, aunque por razones operativas no se pueda llevar este saber a la práctica. Por ejemplo, si se debe invertir una matriz de (n x n) con (n) grande, una cosa es saber cómo se debería operar para lograrlo y otra llevar a la práctica esta operatoria “a mano”. Son los programas computacionales los encargados de *hacerlo*.
3. Hay que saber cómo se construye el programa a utilizar, en el mismo sentido de lo dicho en (2), aunque solo sea en sus líneas generales, pues es la única

[11] Referencia bibliográfica [2].
[12] Esto implica tener la certeza de que el programa que se va a emplear es seguro y confiable.

forma de entender los pasos que se deben dar y el por qué de los datos que hay que incorporar. De todos modos, a fin de poder ubicarnos en la herramienta de análisis que se tiene entre manos, se debe tomar conciencia de que los programas más o menos complejos del cálculo computacional, que es a los que en general se recurre, han sido construidos por equipos numerosos de personas especializadas, y probados un suficiente número de veces.

4. Hay que saber operar, en sus más mínimos detalles, el programa que se desee emplear. Caso contrario, hay que recurrir a alguien que sepa hacerlo, pues ser experto en la aplicación de programas de cálculo no es una condición necesaria ni en la convalidación de un proyecto ni en la formación de un Ingeniero proyectista.

Cumplidos estos pasos, no solo se estará en condiciones de resolver el problema que se tiene entre manos sino, además y principalmente, poder evaluar si el resultado obtenido es razonable.

2. Acerca del encuadre teórico del cálculo de estructuras

2.1. Qué es una Estructura

Una *estructura* es un cuerpo material cuya función consiste en lograr que las cargas de un sistema en equilibrio mantengan sus posiciones en el espacio las cuales posiciones, en el caso de estructuras que puedan moverse en conjunto o de mecanismos, están definidas en función del tiempo. Aparece así una de las componentes importantes del cálculo estructural: *los sistemas de cargas*. Aparece también una variable a la que no siempre se le presta la atención debida: el tiempo.

Estas cargas y sus posibles combinaciones, quedan establecidas en líneas generales al definirse el motivo por el cual la estructura habrá de proyectarse y se termina de definir al adoptar la tipología estructural por la que se opta para realizar el proyecto.

2.2. Qué es un Cuerpo Material

Un *cuerpo material* está constituido por una cantidad limitada de materia contenida en una superficie tridimensional cerrada. La *materia* aporta las propiedades físicas y químicas del cuerpo, la superficie que la contiene aporta sus propiedades geométricas y el conjunto aporta las propiedades mecánicas del mismo. Estas últimas son las que intervienen en el cálculo de una estructura. Aparecen así otras dos de las variables esenciales de los cuerpos materiales: las *propiedades geométricas* y la *resistencia del o de los materiales*[13].

[13] Esta resistencia es la del o de los materiales que se empleen y no la del cuerpo material. De todos modos, no se puede medir la resistencia de un material si no se ensaya un cuerpo con el construido, lo que se hace entonces es ensayar cuerpos materiales testigo, que no tienen relación directa con el que constituye la estructura que se analiza, para lo cual hay que transforma estas propiedades resistentes estandarizadas en propiedades mecánicas del cuerpo específico que se estudia.

2.3. Qué es Calcular una estructura

El cálculo de una estructura consiste en las operaciones que se realizan para verificar que el sistema proyectado ─la estructura─ cumple adecuadamente las funciones que originaron su proyecto. Este comportamiento adecuado se verifica, esencialmente, en dos situaciones bien definidas: a) cuando actúan las cargas previstas en el cálculo, que son las que le permitirán cumplir la función citada y a las que se conocen como *cargas de servicio*. En estas condiciones, tanto la estructura cuanto, llegado el caso, la construcción a la que da sostén, no debe sufrir modificaciones que deterioren las prestaciones que se espera brinden; b) verificar que, en condiciones de servicio, la estructura tiene una adecuada seguridad, esto significa que la relación entre una cualquiera de las *solicitaciones de servicio* y la correspondiente situación de puesta *fuera de servicio* bajo un sistema de cargas similar pero con valores de estas incrementados, tiene un valor preestablecido, mayor que (1), determinado en función del margen de seguridad que se desee tener en cada caso.

Podemos decir, resumiendo tal vez en exceso, que el primer cometido del cálculo estructural, del que van a depender las posteriores verificaciones, consiste en averiguar cuál es el camino que recorren las fuerzas en su interior ─denominadas *líneas de fuerza internas*, o *isostáticas* de tracción y compresión del cuerpo─ para mantener el equilibrio del sistema de cargas externas aplicado. Posteriormente se calculan los efectos de estos recorridos internos de las cargas, generalmente conocidos como *estados de solicitación*.

Básicamente existen dos procedimientos extremos para calcular estos caminos internos de cargas: a) la *Mecánica del Continuo*, que admite que dichas fuerzas pueden pasar por cualquier punto interior de la estructura (fig. 1.a); b) la *Mecánica de los conjuntos de cuerpos discretos*, que impone que, en determinados lugares, las fuerzas internas solo pueden transmitirse a través de los puntos de contacto entre dichos elementos discretos, como es el caso de los puntos A y B de (fig. 1.b). A partir de ello se podrán construir procedimientos intermedios si así se logra una mejor representación de la realidad estructural.

Es esencial que, llegado el caso, se conozca perfectamente el soporte teórico del programa de cálculo que se desea aplicar para obtener los estados de solicitación, de lo contrario se pueden cometer errores importantes, pues si a un programa cualquiera se lo carga con los datos del problema que se tiene entre manos, siempre se va a obtener un resultado. Pero si los lineamientos que gobiernan el comportamiento resistente de la estructura que se quiere calcular, no coinciden con las hipótesis de comportamiento estructural que fundamentan el programa de cálculo que se aplica, los resultados que se obtengan no van a tener nada que ver con la realidad, y si el Proyectista no satisface las cuatro condiciones indicadas en el punto [1] ni siquiera se va a dar cuenta de lo que le ha ocurrido.

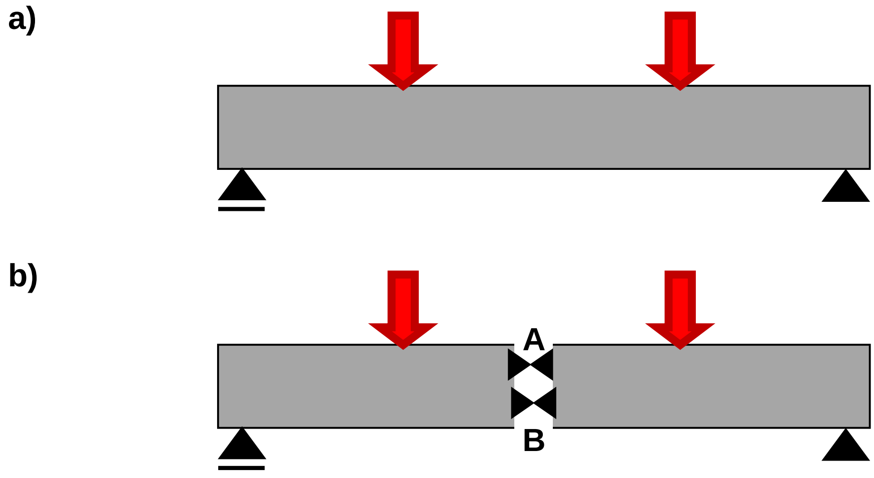


Figura 1

Por otra parte, el cálculo de una estructura es una operación matemática que, por consiguiente, solo se puede aplicar a un ente también matemático. Para lograrlo se construye, como vimos, un *modelo matemático* de la estructura que es sobre el que se opera. Para poder modelizarla se supone que la estructura, que a esta altura del proceso de proyecto solo existe en la imaginación del Proyectista, tiene existencia real, es decir, es un cuerpo material con todas las implicancias que ello tiene. Según las circunstancias, existen varios camino para construir dicho *modelo matemático*, pero con todos ellos se busca lo mismo, que el modelo que pretende representar la realidad ─cosa que nunca se logra completamente─ pueda conjugar, de la mejor forma posible, las siguientes características esenciales que tienden a maximizar su utilidad: 1) *simplicidad*, a fin de que su comportamiento sea fácil de visualizar; 2) *incertidumbre*, que es una propiedad diametralmente opuesta a la anterior, pues mientras más se pretende aproximar un modelo a la realidad que busca representar, mayor va a ser su complejidad y más difícil, si no imposible, su resolución matemática; 3) *aproximación* suficiente de los resultados que se obtienen operando el modelo, respecto del comportamiento de la estructura "real"

3. Acerca de la construcción del Modelo Matemático

> *"El punto importante en estos modelos es que son básicamente modelos matemáticos puramente abstractos. En particular, la cuestión misma de la construcción interna de un modelo científico requiere que el modelo esté especificado en forma precisa. La precisión requerida exige que el modelo sea matemático."*[14]

Un *modelo*[15] es un artefacto construido como imagen abstracta, o como diagrama, de los datos empíricos que se quieren analizar, en tal sentido el modelo debe estructurarse de tal manera que su funcionamiento pueda dar cuenta de tales datos empíricos. La pareja empirismo/formalismo asume la forma de la oposición entre la neutralidad de la observación de los hechos y la producción activa de un modelo. El acceder al conocimiento, en el campo que nos ocupa, es pensado como lo que está frente a un objeto real, sobre el cual se debe indagar, y a un objeto artificial, destinado a reproducir en sus efectos al objeto real. Como objeto artificial el modelo es controlable, se puede prever de qué manera reaccionará en caso de modificación de uno de sus elementos. En esta previsibilidad es en la que reside la transparencia del modelo y su importancia en el proyecto estructural.

En el presente caso, la construcción de estos *modelos matemáticos* se logra mediante la aplicación de las ciencias denominadas "Resistencias de los Cuerpos Materiales"[16], que incluyen las estructuras fijas al terreno natural, las que puedan desplazarse respecto de este en cualquier dirección y sentido y las que posean algunas de sus partes con posibilidad de movimiento respecto de las restantes. Estas Teorías se apoyan en *axiomas* o *hipótesis básicas*, obtenidas experimentalmente, que interpretan con suficiente aproximación el comportamiento resistente de los cuerpos construidos con el material de que se trate. Estos axiomas deben ser afirmados ─es decir que se parte de su validez incuestionable─, asumidos y explícitos, por lo que introducen un elemento de decisión o, si se quiere, un elemento de aceptación incondicional cuya validación solo es retroactiva[17].

Los modelos matemáticos son siempre una aproximación de la realidad y, lo que se requiere en la práctica, es que esta aproximación *sea suficiente*. En consecuencia, según la magnitud del problema que se tenga entre manos, las variables que se deseen controlar y las consecuencias que acarrearía su eventual "puesta fuera de servicio", se opta por un grado de aproximación u otro. Como idea general, a mayor aproximación se tiene una mayor complejidad operativa en los procesos de modelización. La Mecánica Computacional ha modificado sustancialmente los límites de complejidad que se pueden admitir en

---

[14] Ver referencia bibliográfica [1].
[15] En lo referente a la idea de modelo, se siguen los lineamientos de la obra de Alain Badiou: "El concepto de modelo", Editorial La Bestia Equilátera, 2009, Buenos Aires.
[16] El plural surge de lo dicho en la nota (6).
[17] Validación que siempre debe tenerse presente.

un modelo matemático dado, pero cuidado un modelo, aunque se lo pueda calcular sin problemas, nunca debe ser tan complejo que el proyectista pierda de vista los lineamientos generales de su comportamiento resistente y forma de operar. Ofrecemos a continuación un análisis somero de los principales métodos de modelización disponibles, en el campo de las estructuras resistentes, ordenados en base a aproximación y complejidad crecientes.

3.1. Teoría de la Elasticidad

La construcción de modelos matemáticos utilizando la Teoría de la Elasticidad, se aplica a cuerpos construidos con materiales *elásticos* cuya relación [cargas-deformaciones] sea una recta. Esta relación lineal entre cargas y deformaciones, al permitir la superposición de soluciones ─los efectos de la aplicación simultánea de (n) cargas es igual, en los casos en que no aparezcan efectos de segundo orden, a la suma de los de dichas cargas aplicada individualmente─ permite la construcción de modelos simples y certeros, pero de representatividad discutible. Por ejemplo, el modelo matemático de una viga recta doblemente empotrada, de sección constante, sometida a la acción de una carga uniformemente repartida, indica que el momento máximo en el tramo, tomado en valor absoluto, es igual a la mitad de los de los apoyos. Las expresiones matemáticas de este modelo son respectivamente, para el caso planteado: ($q.L^2$ / 24) y (─$q.L^2$ / 12). Esto no se corresponde exactamente con lo que le ocurre a la viga en la realidad, sino lo que ocurre en el modelo matemático con el que se la busca representar basándose en la Teoría de la Elasticidad. Esto es una diferencia esencial que nunca debe perderse de vista cuando se recurre a esta teoría, pues la realidad siempre tiene razón frente al modelo. Se la ha aplicado a prácticamente todos los problemas de la Teoría de las Estructuras[18], tanto estáticos como cinemáticos o dinámicos pues, como dijimos, su linealidad permite superponer soluciones, lo que representa una gran ventaja operativa. Hasta acá sus ventajas más que evidentes. Pero, por otra parte, ningún material que se emplee actualmente en la construcción de cuerpos resistentes tiene una curva [cargas-deformaciones] exclusivamente lineal[19], lo que implica que antes de llegar a la rotura hay una parte de esta curva que deja de serlo, lo que representa una seria limitación de esta Teoría. Si el material de la viga del ejemplo es acero, cuando se llega a la carga última se tiene que, en la realidad, los momentos máximos en el tramo y los apoyos son iguales. Como puede verse, superado el límite de elasticidad del material empleado, la diferencia de resultados entre el modelo y la realidad resulta inaceptable. De todos modos se puede suponer que, para cargas de servicio, la gran mayoría de, sino todos los materiales utilizados para construir estructuras, se encuentran trabajando en la etapa lineal elástica[20]. En (fig. 2) se representa la relación [cargas-deformaciones] con que se trabaja en esta Teoría: tiene un primer tramo lineal-elástico, que es el que indica el campo de validez del modelo construido, limitado superiormente por la *tensión límite* que es un valor que no se debe superar, bajo cargas de servicio, para que el comportamiento de la estructura quede adecuadamente representado por su modelo.

[18] Ver, por ejemplo, la obra completa de Stephen Timoshenko.
[19] Un material de este tipo no resulta aceptable para la construcción de estructuras.
[20] El hormigón armado, por ejemplo y estrictamente hablando, no lo es para la primera carga, pero sí si esta se repite unas pocas veces.

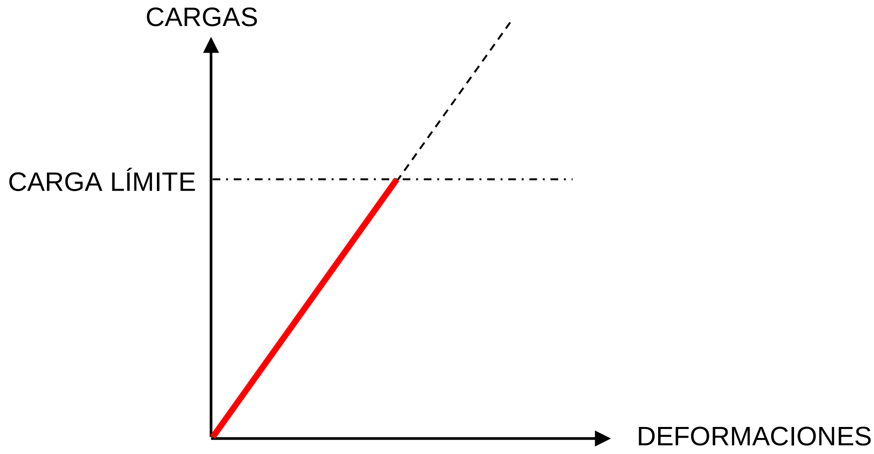


Figura 2

Qué ocurre cuando la estructura real llega a su carga última no puede ser descripto por el presente modelo, de todos modos, en los tiempos en que esta teoría era la única prácticamente disponible, se aceptaba que si en servicio no se superaban ciertas tensiones límite denominadas "tensiones admisibles", la estructura tendría "suficiente seguridad"[21], dando así origen a las "cargas límite", que representan las cargas máximas que se pueden aplicar a la estructura. Qué es *suficiente seguridad* no se indica ni se puede evaluar por esta vía, para hacerlo hay que recurrir a teorías que permitan construir modelos matemáticos más ajustados al comportamiento resistente de las estructuras reales en las cercanías de su carga última o de rotura[22].

Más allá de la *tensión límite* no se hace ninguna hipótesis explícita sobre las características de esta curva pero, implícitamente, en los casos en que pese a todo se la intente utilizar para calcular márgenes de seguridad, se debe suponer que sigue la misma recta.

Como conclusión podemos decir que, para los Estados de Servicio ─cálculo de deformaciones, vibraciones, etc.─, los modelos construidos en base a la Teoría de la Elasticidad son perfectamente aplicable y es válido imponer, por consiguiente, *tensiones límite* que garanticen el buen comportamiento estructural durante su uso en las condiciones inicialmente previstas.

Los que de ninguna manera se pueden calcular con la Teoría de la Elasticidad son los *estados de rotura* o *puesta fuera de servicio*, de una estructura dada sometida a estados de carga también dados. Hubo algunos intentos de obviar este problema, por ejemplo el citado "Método de Tensiones Admisibles"[23] pero

[21] Para que esto sea cierto, hay que tomar márgenes de seguridad bastante mayores que los necesarios, lo que conspira contra la economía de la construcción.
[22] Lo que estamos denominando "tensiones límite", es decir, tensiones que garantizan un buen comportamiento en servicio, representa un concepto diferente al de las viejas "tensiones admisibles", las que supuestamente garantizaban una suficiente seguridad a rotura de un elemento.
[23] De todos modos conviene aclarar que estas teoría que pretenden evaluar la seguridad estructural en base a la Teoría de la Elasticidad muchas veces se adoptaron, por desconocimiento de lo que es en realidad la seguridad de una estructura o, caso contrario, porque las teorías de rotura aún no estaban desarrolladas (son

ninguno de ellos, al ser métodos lineales, permite evaluar con certeza la seguridad a rotura de un elemento resistente.

3.2. Teoría Elásto-Plástica

La Teoría Elásto-Plástica introduce, en el modelo matemático construido en base a ella, y consecuentemente en los cálculo, la relación [cargas-deformaciones] obtenida experimentalmente mediante el ensayo de probetas tipo pero, dado la complejidad operativa que conllevaría el trabajar con líneas curvas, lo hace aproximándola mediante rectas. Para evaluar la seguridad a rotura de elementos lineales (barras)[24], es suficiente con una aproximación *bilineal* (fig. 3.a) en la cual la parte plástica tiene un límite de deformación bien definido pues en base a él se calcula la capacidad de giro de las rótulas plásticas, que son los elementos de los que se vale esta teoría para definir los estados de rotura.

a)

b)

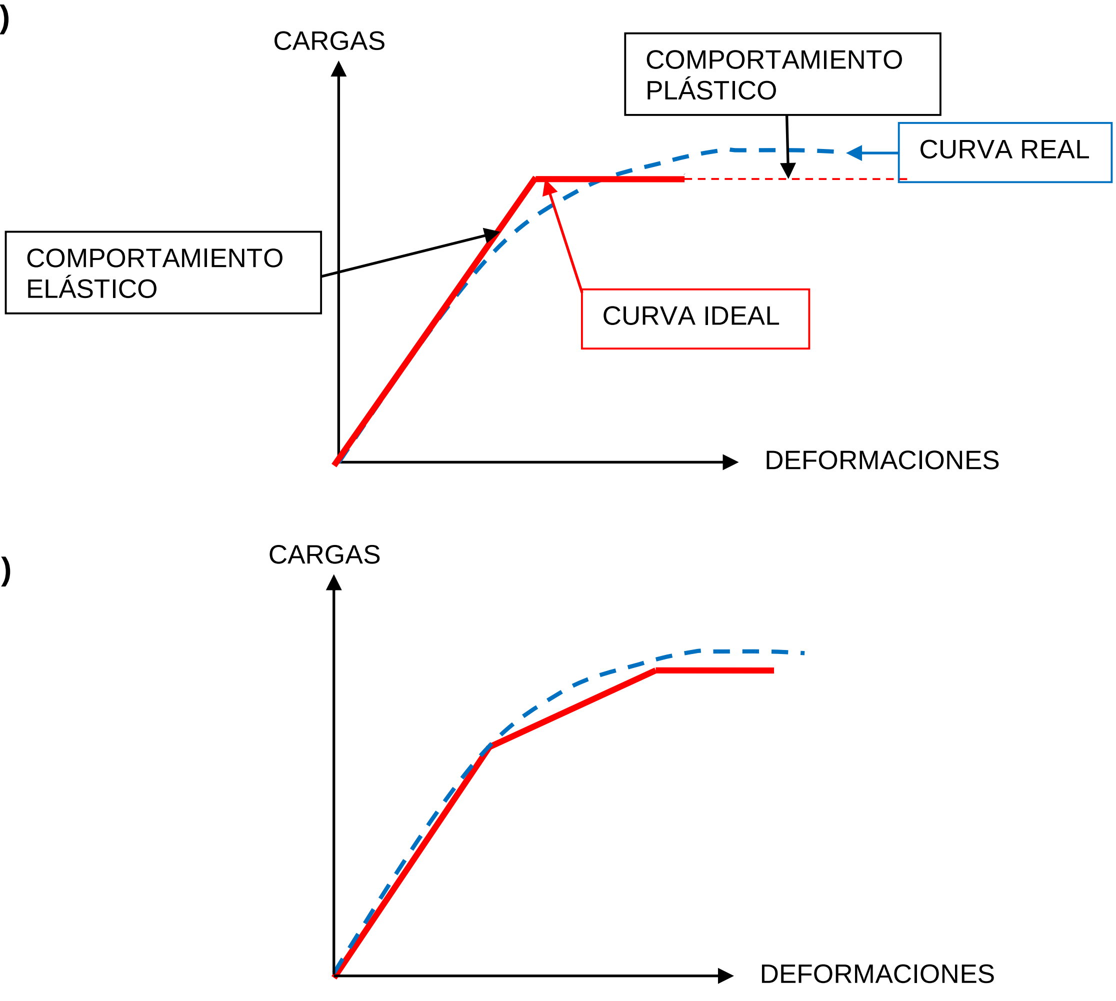


Figura 3

inevitablemente de base experimental, por lo que requieren contar con un suficiente apoyo de datos prácticos)

[24] Se las dimensiona para que rompan por flexión, que es un comportamiento resistente más dúctil.

En estas condiciones, los estados de servicio de una estructura dada, es decir previamente proyectada, se calculan con la Teoría de la Elasticidad, que corresponde al primer tramo de cualquiera de los diagramas [cargas-deformaciones] de los dos casos de (fig. 3), y los de rotura con la Teoría de la Elásto-Plasticidad[25].

Una consecuencia inevitable de esta forma de proceder consiste en que, si bien en los estados de servicio se pueden superponer soluciones ─se calculan por separado los efectos de cada una de las cargas que van a actuar y luego se los superpone según los requerimientos del proyecto─, la seguridad a rotura se debe calcular tantas veces como combinaciones distintas de cargas se deban considerar. En este sentido, el cálculo de los Estados de Servicio puede dar una idea de cuáles podrían ser los Estados Últimos, o de Rotura, más comprometidos, pero no libera al calculista de verificar otros de ellos que, si su capacidad y experiencia lo permiten, pueden no ser todos. Esto último es una decisión estrictamente personal de cada uno, que depende de sus saberes y experiencia, y que de ningún modo puede codificarse. Llegados a este punto, el disponer de adecuados programas de cálculo es una gran ventaja, pues utilizándolos no cuesta demasiado verificar todos los Estados Últimos que sea necesario.

Finalmente, si en ciertas circunstancias se desea aproximar mejor el comportamiento real de una estructura en todas las etapas de su proceso de carga ─desde descargada hasta su puesta fuera de servicio─, en la construcción del modelo se debe sustituir el diagrama [cargas-deformaciones] bilineal por uno trilineal (fig. 3.b), que se aproxima mejor al obtenido experimentalmente[26].

3.3. Teoría Estadística de las Estructuras

El desarrollo y aplicación de los correspondientes modelos teóricos como forma de evaluar las posibilidades resistentes de un cuerpo material, o sea la resolución matemática del sistema de ecuaciones a que da origen el modelo, se pueden suponer de validez general, independientemente de las características de las variables involucradas. Hasta ahora nos hemos referido a variables que, suponemos, tienen valores bien determinados y que interactúan entre sí de modo predecible, es decir, que hemos aceptado la hipótesis implícita de que todo el sistema posee un comportamiento *determinista*: una única causa implica una única consecuencia.

Cuando se tienen variables con un alto grado de aleatoriedad, se está frente a problemas con características opuestas a las del caso anterior y se debe proceder en consecuencia, es decir, recurriendo a su tratamiento estadístico mediante la aplicación de la Teoría de Probabilidades. Se puede decir que los dos métodos de cálculo citados, el determinista y el aleatorio, son incompatibles,

[25] La rotura de una estructura, según esta Teoría, se produce cuando en ella aparece una cantidad de rótulas plásticas superior en una unidad a su grado de hiperestaticidad, con lo que la estructura se transforma en un hipostático. Esto, mientras no haya ninguna rótula que agote su capacidad de rotación antes de que se forme la totalidad de ellas.

[26] Muchas veces a este diagrama se lo suele denominar “diagrama real”, pero es solo una forma de hablar, pues cómo se va a deformar en la realidad el elemento resistente en la realidad se desconoce. Solo en procesos industriales donde se fabrican elementos resistentes iguales en gran número, es posible ensayar directamente uno de ellos en lugar manejarse con inferencias.

en el sentido de que cuando uno de ellos es aplicable el otro no conduce a resultados válidos.

Resumiendo, a los procedimientos que se terminan de considerar en los puntos anteriores, aunque de validez general, solo se los ha aplicado en forma *determinista*, es decir, suponiendo que los datos de que se dispone tienen valores constantes y perfectamente definidos y que sus formas de interacción también están perfectamente definidas. Ha sido una forma deliberada de iniciar la comprensión de la Teoría de las Estructuras sin introducir complicaciones adicionales pero, ya recorrida esta parte del camino de proyecto, corresponde tratar de aproximarnos mejor al conocimiento de las características de las variables involucradas y de sus interacciones.

En un primer paso hacia ese objetivo, nos encontramos con que los valores de las variables básicas que intervienen en el cálculo de una estructura, tanto las solicitaciones externas cuanto las resistencias internas, son *aleatorias*, por lo que deben ser tratadas aplicando la Teoría de Probabilidades, o sea, desarrollando una *Teoría Estadística de las Estructuras*, mediante cuya aplicación los datos aleatorios de partida: sistemas de cargas aplicados, dimensiones de la estructura, propiedades mecánicas de los materiales, se transforman en aleatoriedad del comportamiento estructural.

El procedimiento en base al cual se desarrolla la Teoría Estadística de las Estructuras, consisten en suponer que la estructura en análisis está constituida por el ensamble de un número determinado de elementos resistentes, cada uno de los cuales pertenece a una familia estadística bien definida y cuyas propiedades mecánicas están estadísticamente establecidas. Considerar la estructura en su conjunto, es decir, analizar el comportamiento simultáneo que en cada circunstancia presentan los elementos que la componen, implica definir las formas en que estos se vinculan unos a otros. Esta vinculación no hace referencia a ningún elemento material de vínculo, por lo que no hay aleatoriedad en ellos, sino las características que cada uno de los cuerpos materiales resistentes que se unen aporta a la unión. De ellas interesan, principalmente, las condiciones de ductilidad que cada una aporte.

Para una estructura dada ─es decir, una vez que ella ha sido definida en su forma y predimensionada─ las principales variables aleatorias que inciden en el proceso de cálculo de todos y cada uno de sus elementos componentes, son: 1) su geometría, 2) las cargas y sus posibles formas de combinación, 3) las propiedades mecánicas del material empleado.

Las posibles variaciones de la *forma geométrica* y de las *dimensiones* del cuerpo material, en el caso de elementos bien construidos[27], son de un orden de magnitud menor a las otras dos variables consideradas, por lo que su aleatoriedad se puede ignorar, al menos inicialmente, sin introducir errores de

---

[27] Tanto si se trata de elementos producidos en gran número, los que en general son de dimensiones reducidas, como los componentes de una máquina, cuanto en el caso de grandes estructuras, que se construyen solo una vez, los procedimientos mediante los que se los fabrica, en todos los casos, pueden hacerlo con suficiente precisión geométrica y dimensional.

consideración, lo que implica que estos datos se van a incorporar al proceso de cálculo en forma determinista.

Quedan, en consecuencia, solo dos conjuntos de variables aleatorias a tener en cuenta en el análisis estructural: 1) el que incluye las que originan las solicitaciones externas (S), en principio constituido por las cargas, su variación temporal, sus posiciones espaciales, también en función del tiempo y las formas posibles de combinarlas; 2) el que comprende las que originan la resistencia interna (R), constituido por las propiedades resistentes de los materiales y sus formas de distribución espacial.

En lo referente a la definición de las solicitaciones [S(t)], se debe disponer de definiciones estadística de las cargas, de su variación en el tiempo y de su variación en el espacio (puntos de aplicación). Además, según sus características particulares, los diferentes tipos de carga responden a distintas categorías estadísticas, por ejemplo, las cargas de peso propio y de servicio responden a curvas de distribución normales, mientras que el viento y los sismos lo hacen en base a curvas de distribución de valores extremos. Como paso final, hay que transformar la distribución estadística de cargas en distribución estadística de sus efectos sobre la estructura, es decir, en la distribución estadística de los estados de solicitación como función del tiempo [S(t)].

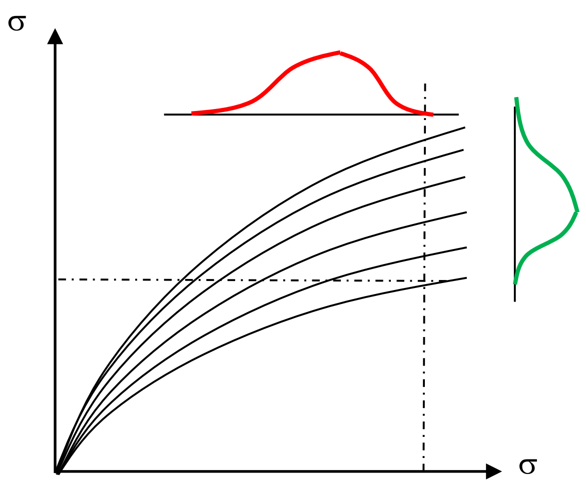


Figura 4

Por su parte, la definición estadística de la *resistencia* [R] incluye, esencialmente, las curvas [tensiones-deformaciones] de los materiales empleados, las que comprenden dos tipos de distribución (fig. 4) que, debido a la curvatura de estos diagramas, en general no son simétricas. Luego, al no tratarse evidentemente de cuerpos materiales de comportamiento resistente lineal, cada combinación de cargas implica un cálculo diferente. En general se puede aceptar que [R] no va a depender del tiempo.

La *probabilidad de falla*, que en este procedimiento indica el margen de seguridad que se tiene, surge de la intersección de dos funciones de distribución estadísticas, la de las solicitaciones [S(t)] y la de las resistencias [R]. En una estructura de dimensiones y envergadura normales, esta intersección debe definirse en un espacio de varias dimensiones (muchas más de tres), lo que resulta difícil de calcular e imposible de imaginar. Lo primero se resuelve fácilmente si se dispone de un programa de cálculo adecuado, lo segundo, la imposibilidad del Proyectista de entender lo que está ocurriendo, no tiene solución. Dado que quien está desarrollando un proyecto no puede, ni debe, confiar en números sobre los que no tiene control, este método no se utiliza prácticamente en obras normales. Pero es muy importante el concepto sobre las características de la realidad resistente de un cuerpo material cargado, que esta forma de plantear el problema provee.

En vista de ello, en la práctica profesional actual se recurre, normalmente, a simplificar la aplicación de esta Teoría, sin por ello perder de vista del todo la realidad aleatoria de toda estructura resistente, recurriendo a los denominados *métodos semi-probabilísticos*. En ellos se tratan estadísticamente algunos aspectos de las dos grupos de variables: las *cargas aplicadas*, en lo referente a [S], y las *resistencias* de los materiales empleados en lo que hace a [R]. La variación temporal de las solicitaciones se tiene en cuenta al considerar los estados de carga actuantes, los que siempre se presentan en forma sucesiva, por lo que se tendrán tantas curvas de distribución de [S] como diferentes estados de carga se incluyan en los cálculos. Las resistencias de los materiales son determinadas ensayando probetas normalizadas fabricadas con ellos, por lo que en general se tiene una sola curva de distribución estadística de [R]. Luego se opera, para cada estado de carga, con la intersección de las dos curvas de distribución correspondientes (fig. 5)[28]. Para considerar márgenes de seguridad, se trabaja con los valores característicos[29] de ambas curvas.

Para que haya adecuada seguridad es suficiente con que [$S_k < R_k$] pero, para que esta sea la requerida por el Código de Construcción correspondiente, debe satisfacerse la siguiente expresión:

$$[S_k \leq R_k \geq S_k.\gamma_k] \qquad [1]$$

Como se puede ver, este procedimiento representa, de algún modo, la aleatoriedad de los estados de solicitación característicos [S_k], debidos a las cargas externas, y la resistencia característica [R_k] de las secciones materiales. La parte del área de superposición sombreada en (fig. 5), indica los casos en que [S<R] y representa la probabilidad de falla. Como la precisión de este procedimiento se apoya en la de las curvas de distribución y la de estas en la

[28] En el caso de las estructuras de acero se incluye, por un lado, el valor de la resultante de los ensayos de tracción puara, tomada como un indicativo de la resistencia de los elementos que constituyen la estructura y, por otro, la intensidad de las cargas.

[29] En el caso de las carga son aquellos valores (S_k) que solo son superados en el 5% de los casos y, en el de las resistencias los valores (R_k) que son superados en el 95% de los casos. Trabajando con datos obtenidos experimentalmente, para mejorar esta precisión se debería tener un número excesivamente grande de determinaciones. Como la seguridad requerida en los casos prácticos es mayor que la que se puede obtener a partir de los valores característicos, esta diferencia se compensa con un coeficiente de mayoración (γ_M >1) tal que sea: $R_k \geq \gamma_M.S_k$.

cantidad de datos disponibles, en base a los que fueron definidas, la precisión del procedimiento presente solo permite determinar valores característicos, es decir, aquellos que solo son superados, cuando se tata de las cargas, o no alcanzados para las resistencias, en un 5% de los casos. En estas condiciones, todo intento de mejorar la precisión resulta ilusorio, por lo que la seguridad así obtenida ($S_k < R_k$) es insuficiente. Como, en general, la probabilidad aceptable de un colapso es solo del orden de (10^{-5}), muy inferior a la que puede alcanzarse empleando valores característicos, se aplica a estos (S_k y R_k) un margen de seguridad extra, definido por un factor determinista (γ_k) mayor que uno (1), el que lleva la probabilidad de un colapso al orden de (10^{-5}), con lo que la determinación del margen de seguridad queda reflejada en la siguiente expresión:

$$S_k . \gamma_k \leq R_k$$

Que es representable en el plano. Esta comparación debe efectuarse para todas las secciones de la estructura que se considere necesario.

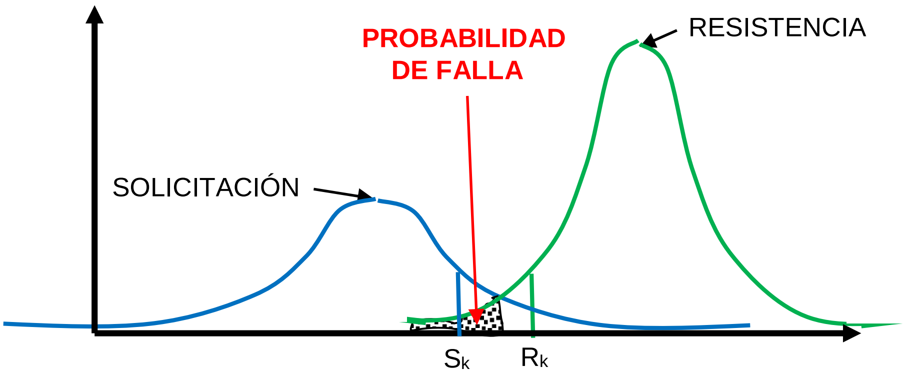


Figura 5

Algo similar a lo visto, pero analizando la intersección de funciones [S] y [R] existentes en un espacio de muchas dimensiones, es lo que implicaría la aplicación de la Teoría Estadística de las Estructuras, por supuesto que, en este caso, con una sola intersección se cubren todas las posibilidades solicitantes y resistentes.

Nótese que lo que se busca con la aplicación de la Teoría Estadística de las Estructuras, es minimizar la probabilidad de falla. Esto implica que nunca se puede tener la certeza de que la falla no va a ocurrir, por el contrario, con estos métodos se asume que, en ciertos casos, la falla va a ocurrir, lo que configura una buena aproximación de lo que sucede en la realidad.

3.4. Análisis Estructural en base a Conceptos Borrosos

3.4.1) Introducción. Hagamos, antes de entrar al tratamiento del tema, un breve resumen de cómo fueron cambiando, con el transcurso del tiempo, los criterios aplicados en la construcción de los *modelos matemáticos* encargados de representar hechos observados experimentalmente. Hasta el siglo XVIII y parte del XIX se supuso, bajo la influencia de las leyes de Newton, que la ciencia, y todos sus componentes debían ser exactos, es decir, totalmente deterministas pero, en el transcurso de este último, surgió la necesidad de estudiar conjuntos compuestos por un número indeterminado de moléculas ─por ejemplo en Termodinámica─ encontrándose con que, si bien a cada una de ellas tomada individualmente le eran aplicables las leyes de Newton, absolutamente deterministas, para analizar el comportamiento de conjuntos integrados por un número indefinido de moléculas, se debía recurrir indefectiblemente a métodos estadísticos, en los cuales la consideración de las propiedades específicas de sus elementos componentes ─como es el caso de las moléculas[30]─, es reemplazada por un análisis estadístico vinculado a adecuadas variables macroscópicas. La Mecánica de Newton, que no considera incertezas, es reemplazada por la Mecánica Estadística, basada en la Teoría de Probabilidades, cuyo propósito es tener en cuenta cierto tipo de incertezas ─solo eso, *cierto tipo* de incertezas, no todas─, como ocurre al considerar un gran número de resultados obtenidos a partir de la reiteración de una misma experiencia: a cada uno de los datos así obtenidos se los considera en sí precisos, aunque en la realidad difieren unos de otros. Este es el tipo de incertezas que resuelve la Teoría de Probabilidades. El último avance en este proceso, al menos hasta hoy, se da en el siglo XX, cuando se comienza a aceptar que las observaciones absolutamente precisas no existen en la realidad y que siempre hay un margen de incertidumbre en los datos obtenidos. Es a partir de esta constatación que se hace referencia a otro tipo de incertezas, que se encuentran siempre que se consideran datos de la naturaleza, la imposibilidad de tener valores absolutamente precisos, siempre hay un ($\pm\Delta$) de incertidumbre. Para tener en cuenta estas características de los datos obtenidos experimentalmente se comenzó a aplicar, en el análisis de problemas de las ingenierías, la Lógica Borrosa y se lo hizo a partir de su formulación matemática, la Teoría de Conjuntos Borrosos. Surge así la *Teoría Borrosa de las Estructuras*.

El problema de fondo era conocido desde mucho antes, aunque no su solución. En 1923, más de 40 años antes de la aparición formal de la Lógica Borrosa, o al menos de su introducción en Ingeniería[31], Bertrand Russell escribió[32]: "*Todo concepto es vago en un grado del que no somos conscientes hasta que intentamos precisarlo*", esta afirmación parte de la base incuestionable de que en la naturaleza nunca se puede llegar a conceptos o valores completamente precisos. La "exactitud" solo existe en ciertas ramas de las Matemática y el

[30] Pero también hoy ocurre lo mismo en muchos otros casos como es, por ejemplo, el de los teléfonos celulares individuales considerados como parte de una gran red.
[31] Zadeh, Lofti: páginas 29-37 de "Fuzzy Sets and Systems", editado por J. Fox, Polytechnic Press, Brookling, Nueva Yprk, 1965.
[32] Russell, Bertrand: "Vagueness", Australian Journal of Psychology, 1923. Hoy en día el término "vagueness" se entiende como "fuzziness" (borroso).

problema está en que los modelos que construimos para poder acceder a la comprensión teórica de los fenómenos naturales ─como es el caso de los cuerpos resistentes denominados estructuras─ son *modelos matemáticos* apoyados precisamente en dichas ramas. La diferencia esencial existente entre ambos objetos, estructura real por un lado y este tipo de modelo matemático "preciso" mediante el que se busca representarla, por otro, es una consecuencia directa del hecho señalado por Russell. En la naturaleza, tal como la estudia la ciencia, no existen ni fenómenos ni valores precisos. Es para subsanar esta incongruencia que se recurre a la Lógica Borrosa, creando en base a ella una nueva rama de las Matemáticas, la Teoría de Conjunto Borrosos. Veamos entonces cómo incide, en el análisis estructural, el carácter *impreciso* de la información que se obtiene observando los fenómenos naturales. Se llega finalmente, en el intento de aproximar lo más posible los modelos matemáticos a los fenómenos naturales que se busca interpretar, a la creación de una Teoría Borrosa de las Estructuras que permite construir *modelos matemáticos borrosos*.

Tanto el planteo determinista como el probabilístico aceptan que en la determinación de sus datos vale el principio del tercero excluido: son absolutamente precisos, son A o son B, pero si se es A no se puede ser B y viceversa. Lo que diferencia ambos planteos es el número de determinaciones que se deben manejar, y como en la realidad estas siempre son muchas, el planteo probabilista sustituye al determinista, pero solo lo hace en la medida de lo posible. La lógica difusa cubre ambos campos pues ya sabemos que no es cierto que algo es A o es B, puede ser una mezcla de ambos en diversas proporciones.

Así las cosas, queda claro que, en un planteo determinista, los datos que se introducen son siempre inciertos, en mayor o menor grado, pero la incertidumbre no se puede eliminar de ninguna forma, se tiene entonces un determinismo borroso. Por otra parte, los datos de la realidad ─las determinaciones experimentales que se efectúan para poder captarlos y representarlos mediante un modelo matemático─ varían siempre de una determinación a otra, de ahí la necesidad de interpretarlos estadísticamente, pero a ello se debe agregar que cada determinación es en sí misma imprecisa, nace entonces la Teoría Borrosa de Probabilidades. Si dijimos que la Teoría Probabilista de las Estructuras era muy compleja pues consiste en determinar las intersecciones de superficies existentes en espacios de muchas más de tres dimensiones, imagínese la complejidad que se agrega si en realidad las superficies que se intersectan, en lugar de ser unívocas están constituidas por innumerables superficies paralelas y muy próximas entre sí, que es como se representa la imprecisión o "borrosidad". Algo así es una Teoría Estadística Borrosa de las Estructuras, cuya complejidad la hace hoy inmanejable, al menos si se piensa en sus aplicaciones prácticas.

En lo que sigue, para no complicar la exposición del tema más de lo necesario, nos referiremos al análisis borroso de problemas deterministas y, a través de ello, se comenzará a entender qué es esta forma de análisis, que significa incorporar el pensamiento borroso en los problemas ingenieriles.

Corresponde ahora ocuparnos del manejo de esta nueva característica de las variables que se emplean, la *imprecisión* inevitable de cada uno de los valores obtenidos en las determinaciones efectuadas pues, por más cuidado que se ponga en ello, siempre se obtiene un valor impreciso ($x \pm \Delta x$) y lo primero que hay que hacer es diferenciar bien dos conceptos que no deben confundirse ─los de aleatoriedad y borrosidad─ pues son totalmente diferentes y, además, actúan ambos en forma simultánea: la *aleatoriedad* se refiere al manejo de un número grande de valores ─en la (fig.6.a) la curva, denominada *curva de distribución*, indica los valores que puede tomar la variable si se efectúan muchas determinaciones, cada valor de (x) corresponde a una eventual determinación individual─; la *imprecisión* indica los valores que se pueden obtener, solo uno de ellos, si se efectúa una única determinación ─en la (fig.6.b) la curva, *curva de pertenencia*, representa los valores que se pueden obtener, solo uno de ellos por vez, si se efectúa una única determinación; no se puede saber a-priori cuál va a ser este valor─.

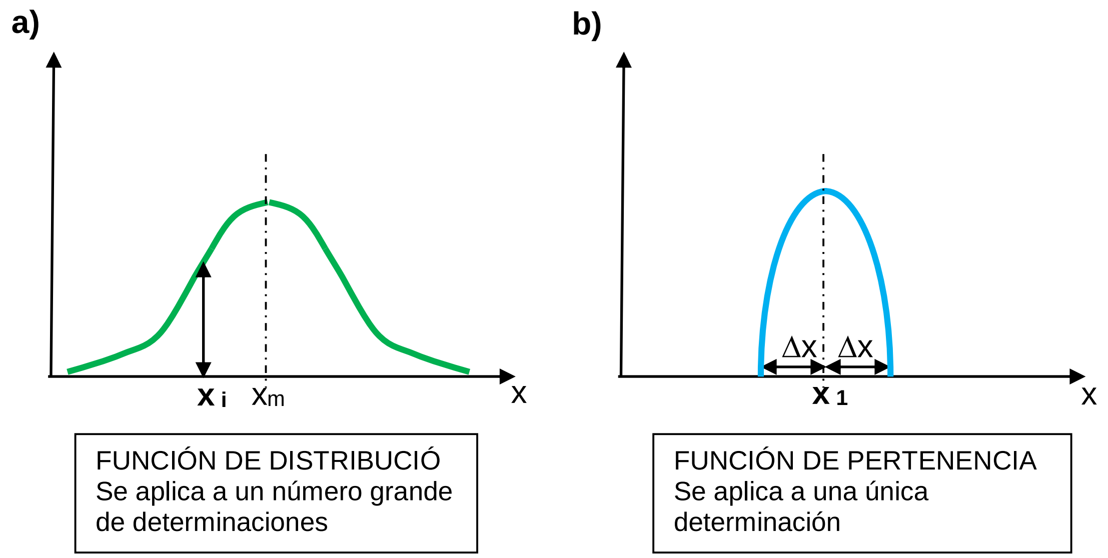


Figura 6

Por ejemplo, si se hace una única determinación en un problema tratado probabilísticamente (fig. 6.a), se va a obtener alguno del los valores indicados en la zona del eje (x) cubierta por la curva de distribución, lo más probable es que este valor se encuentre en el entorno de (x_m). Si se trata, en cambio, de un problema de conjuntos borrosos (fig. 6.b), se va a obtener un valor de (x) comprendido entre ($x - \Delta x$) y ($x + \Delta x$) sin ningún tipo de preferencia.

Hasta ahora hemos operado nuestros procesos en base a definiciones precisas, definiciones que respetan el principio ya citado del tercero excluido: *si algo es A no puede ser simultáneamente B, o es A o es B*. En otras palabras, lo que se tiene es *blanco* o *negro*, no hay grises, pero cuando se introducen datos imprecisos, como son los que se obtienen experimentalmente del análisis de la realidad o, aún más, cuando lo que se introducen son sentencias imprecisas del tipo "esta estructura es suficientemente segura" se añaden opciones distintas, aparecen diversos grados de *gris* entre el blanco y el negro. Esta característica hace que lo borroso tenga una fuerte presencia en muchas áreas del proyecto y de la producción ingenieriles, al menos desde la década de 1990. Por ejemplo, la lógica borrosa se emplea en las industrias automotriz, de videocámaras, de artefactos del hogar (lavadoras, hornos de microondas; etc.) y naturalmente, como veremos, en la de las estructuras resistentes[33].

Antes de continuar, veamos un ejemplo que clarifica lo que se termina de decir: cuando decimos "hoy en Junín la temperatura es moderada", la sentencia en sí tiene sentido pues se refiere a un hecho concreto, pero es absolutamente imprecisa por lo que no se la puede tratar con métodos deterministas. Pero si se la encara en base a criterios borrosos se tiene, en (fig. 7), la representación de lo afirmado y de otras sentencias similares que cubren todas las temperaturas posibles[34].

Se supone que entre 17,5°C y 22,5°C se tienen temperaturas *moderadas* y para temperaturas menores que el primer valor o mayores que el segundo, las temperaturas comienzan a ser, respectivamente, "moderadas con tendencia a bajas" y "moderadas con tendencia a altas", la intensidad de estas tendencias la marca el gráfico correspondiente de (fig.7) y está indicada por las pendientes de sus dos ramas extremas, que no tienen por qué ser iguales. Por ejemplo, una temperatura de 12°C es más "baja" que "moderada". Las restantes funciones, correspondientes a temperaturas "bajas", "altas", "muy bajas" y "muy altas", tienen significados como el señalado para las "moderadas". A estas funciones, como veremos, se las denomina "de pertenencia" pues indica el grado de pertenencia de un dado valor al conjunto considerado.

[33] Tomado de referencia bibliográfica []
[34] Al menos en base a los registros existentes.

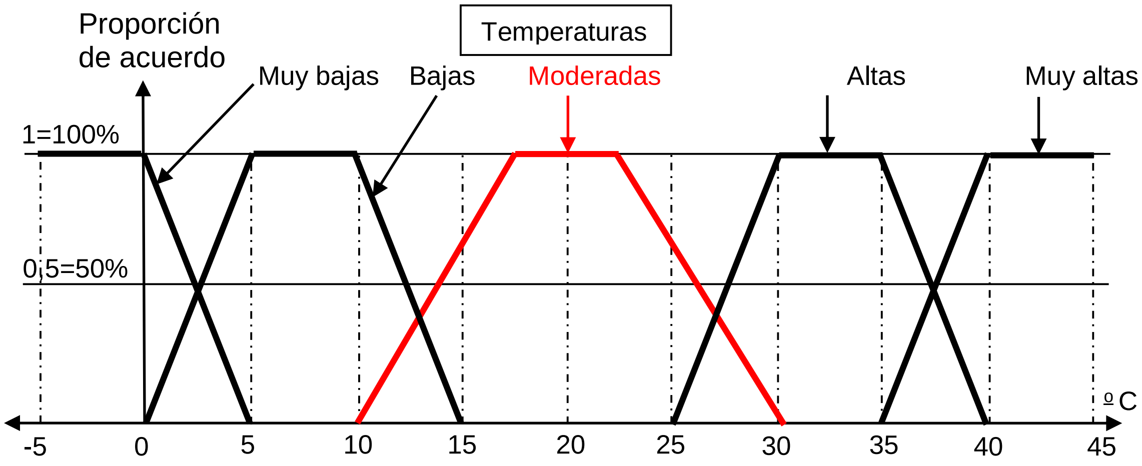


Figura 7

En esencia y como hemos visto, la Lógica Borrosa permite razonar sobre conceptos vago, es decir, sobre conceptos imprecisamente definidos, del tipo: “esta estructura es suficientemente segura”. Todos los conceptos surgidos de la naturaleza son borrosos porque todo lo que observamos en ella tienen fronteras imprecisas, como señaló Russell, y es a través de su análisis en base a los principios de la Lógica Borrosa que se pueden construir modelos matemáticos que los representen, haciéndolo con mucha mayor fidelidad que los basados en el Principio del tercero excluido. Por ejemplo, si a fin de lograr representaciones más sencillas de los fenómenos naturales, en sí difusos, se los representan mediante las líneas precisas de los métodos deterministas (fig. 8), se gana en sencillez del modelo y su análisis, que son ventajas operativa evidente, pero se pierde en representatividad del fenómeno en estudio y en exactitud, es decir en el grado de verdad que contiene el modelo frente al fenómeno real que se pretende representar.

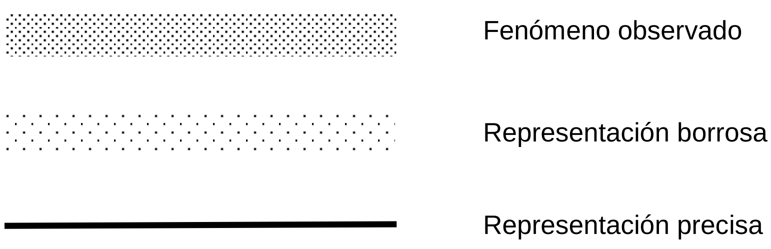


Figura 8

Yendo ahora al campo estructural no es acertado decir, pues no responde a la realidad física, que una estructura *es segura* o que *no es segura* sin ningún tipo de posibilidades intermedias, como ocurre con los métodos deterministas, se es o no se es. Por el contrario, entre estos dos extremos hay todo un campo que va de la "estructura absolutamente segura" (grado de verdad 1 = 100%), inexistente en la realidad, a la "estructura absolutamente insegura", también inexistente en la realidad, aunque por motivos diversos, en el cual el grado de seguridad va decreciendo desde poco menos de uno (1), estructuras muy seguras, a poco más de cero (0) estructuras muy poco seguras. Hay que aclarar que esta variabilidad de la seguridad no surge de un problema estadístico, que se presenta cuando se dispone de un gran número de datos perfectamente precisos, sino de la imprecisión inevitable que contienen los conceptos y determinaciones que se manejan.

La Lógica Borrosa representa, en la actualidad, un significativo avance conceptual en la forma de encarar el proyecto de una estructura además, en general, se recorre el proceso de proyecto en pasos sucesivos, lo que suele obligar a volver sobre lo andado si, llegado a un cierto estadío, se comprueba que alguna o algunas de las decisiones tomadas previamente alejan lo que se está proyectando de una solución buena y razonable. Por el contrario, en una estructura modelizada como "sistema borroso"[35], se pueden poner en análisis muchos o todos los pasos en paralelo, luego se combinan sus resultados y finalmente se toma la decisión que corresponda.

3.4.2) La idea de Conjunto Borroso. Como ya dijimos, la herramienta matemática básica que surge de la Lógica Borrosa la constituyen los Conjuntos Borrosos, los que se definen de la siguiente forma: "*Si (A) es un Conjunto Borroso y (x) un objeto determinado, la proposición "(x) pertenece a (A)" no es necesariamente verdadera o falsa, como se exige en los Conjuntos Nítidos, sino que puede ser verdadera "solo en cierta proporción", la proporción, o grado, en que (x) es miembro de (A). Se suele representar "la proporción de pertenencia" como* un "*grado de verdad*" *y se lo expresa por un número en el intervalo [0-1], por ejemplo 0,8*." En la (fig. 7) se representan cinco (5) Conjuntos Borrosos correspondientes, cada uno de ellos, a otras tantas sentencias difusas del tipo "temperatura moderada", temperaturas "muy bajas", "bajas", "altas" y "muy altas".

La capacidad de los Conjuntos Borrosos de expresar la transición gradual de "miembro pleno" a "no miembro" resulta de gran utilidad práctica, pues nos

[35] Un "sistema borroso" consiste en un agrupamiento de un cierto número de "conjuntos borrosos".

provee de una representación matemáticamente manejable de *conceptos vagos* expresados en lenguaje corriente, como por ejemplo el de "altas temperaturas" y, por otro, de una representación suficientemente aproximada y poderosa, de mediciones inciertas.

Esta representación no solo depende del concepto de que se trate, de la sentencia en sí, sino además y fundamentalmente, del contexto en el que cobra vigencia. Por ejemplo el concepto "temperatura moderada", aplicado a dos contextos diversos como el clima o un reactor nuclear, va a dar origen a Conjuntos Borrosos diversos, tanto en el orden de los valores que los integran cuanto en la función de pertenencia que los caracteriza. En (fig. 7) el contexto lo fija la ubicación geográfica "ciudad de Junín", pues las mismas frases allí representadas van a originar distintos Conjuntos Borrosos si se trata del desierto de Sahara o de Groenlandia. La fórmula de la curva de pertenencia, como veremos, la da la experiencia.

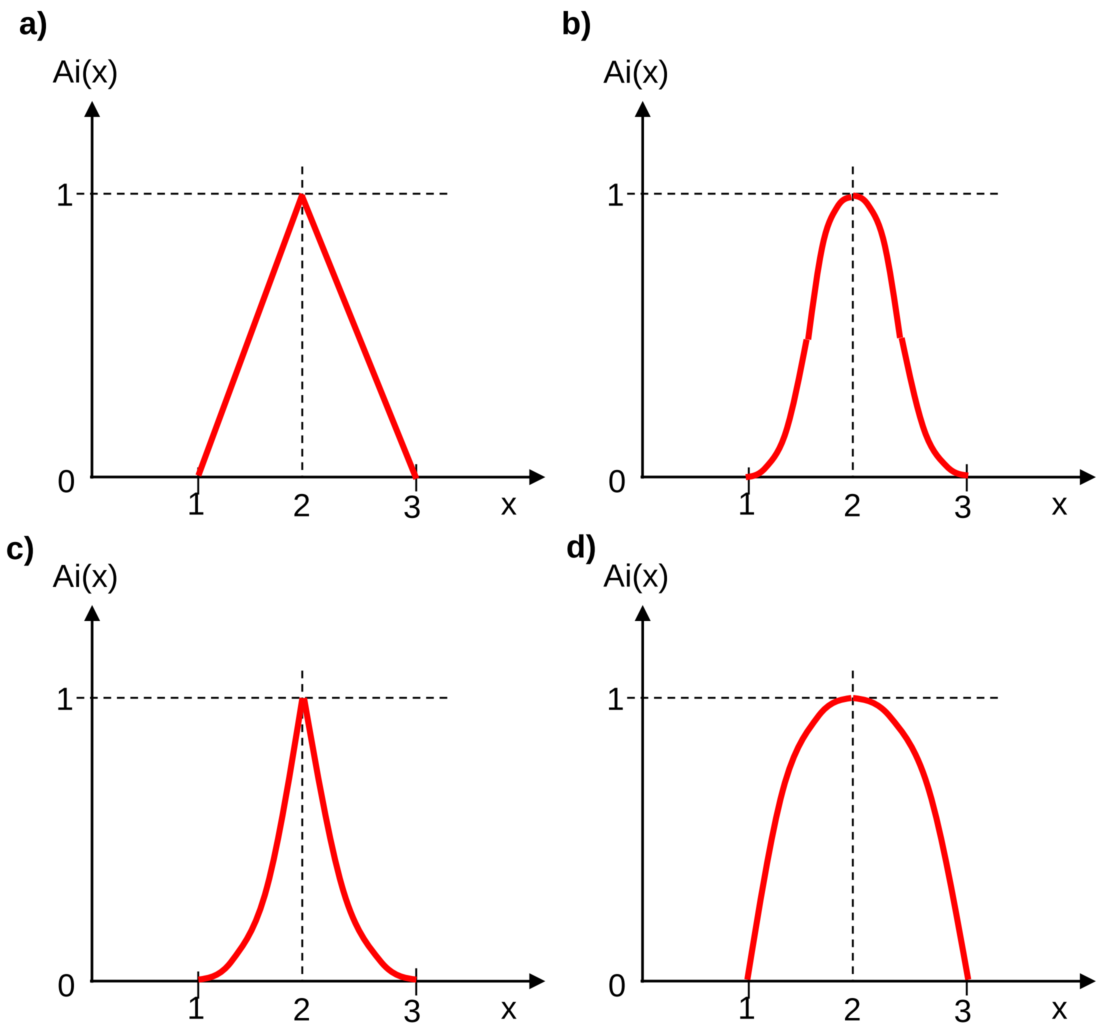


Figura 9

Un Conjunto Borroso particular se define matemáticamente asignando, a todo miembro del universo de datos que lo integran, un valor que indique su grado de pertenencia al mismo. Es decir, al grado o proporción en que un tal dato es similar, o compatible, con el concepto que define el Conjunto Borroso. Este *grado de pertenencia* se establece mediante una función específica denominada "*función de pertenencia*" del conjunto en consideración, por ejemplo las representadas en (fig. 9).

La representación de las variables representadas mediante Conjuntos Borrosos, facilitan el análisis de la transición gradual entre estados y los hace aptos para operar con observaciones y medidas inciertas. Los modelos matemáticos resultantes de la aplicación de variables borrosas, al tener en cuenta la incertidumbre en las mediciones como parte inescindible de los datos experimentales, captan más ajustadamente la realidad que su representación mediante Conjuntos Nítidos.

3.4.3) La Función de Pertenencia. La *función de pertenencia* del universo de datos que conforman un conjunto borroso, es la encargada de indicar el *grado de similitud* que tiene cada uno de ellos frente al concepto que define al conjunto en cuestión. El acierto con que se la defina ─responsabilidad del Proyectista en el caso de las estructuras resistentes─ va a condicionar los resultados que se obtengan. Los conjuntos borrosos son mucho más poderosos, como herramienta de cálculo, que los conjuntos nítidos, pero su representatividad depende de la adopción de adecuadas *funciones de pertenencia* para los conceptos utilizados considerados en los contextos correspondientes. Ello se debe a que estas funciones van a definir los datos de partida del problema y, si estos datos no son adecuados no hay herramienta de cálculo, por poderosa que sea, que pueda conducir a una correcta resolución del problema. Ello se debe a que, aún para contextos similares, dado un determinado universo de datos el conjunto borroso que de él surja puede variar mucho según sea la función de pertenencia que se adopte. Este hecho se acentúa si los contextos difieren significativamente.

Para un dado universo de datos, todas las posibles funciones de pertenencia van a tener ciertas propiedades básicas comunes, que son las que encuadran el concepto que se busca representar. Consideremos, por ejemplo, los cuatro Conjunto Borrosos diferentes que surgen al aplicar, siempre al mismo universo de datos, las funciones de pertenencia indicadas en (fig. 9). Cada una de ellas expresa, en diversos contextos, una misma clase de números reales que son próximos a dos (2) y, pese a las diferencias que cada contexto particular les impone, las cuatro funciones tienen las siguientes propiedades comunes, que son las que definen el universo de datos que se está considerando:

1) $A_i(2) = 1$ y $A_i(x) < 1$ para todo $x \neq 2$; $x = 1, 2, 3, 4$
2) A_i es simétrica respecto de 2: $A_i(2+x) = A_i(2-x)$ para todo x
3) $A_i(x)$ decrece continuamente desde uno (1) hasta cero (0), cuando los factores (2-x) y (2 + x) aumentan de valor

Estas propiedades comunes reflejan las características esenciales del concepto en sí, las diferentes curvas de distribución su representación en los contextos en que se considera el concepto y, según sean estos, se pueden tener *funciones de pertenencia* muy diferentes. El hecho de que una dada función de pertenencia sea adecuada, o no, no depende de la función en sí sino del contexto en que se analiza el universo de datos al que se le aplica. Como criterio general se puede aceptar que, cuando una aplicación no es demasiado sensible al contexto en que se la emplea, es decir, a las variaciones geométricas de la función de pertenencia, siempre es aconsejable adoptar la más simple, por ejemplo la triangular.

Conclusión importante: las soluciones matemáticas basadas en Conjuntos Borrosos son mucho más representativos de los fenómenos de la naturaleza que las originadas por los conjuntos netos, pero esto solo es así si *se acierta en la construcción de adecuadas funciones de pertenencia*.

3.4.4) Aplicaciones. Las matemáticas clásicas no están en condiciones de encarar procesos basados en descripciones imprecisas, como es el caso del proyecto de cuerpos materiales resistentes, principalmente en los primeros pasos de su desarrollo, en los que se toman decisiones que condicionan los pasos siguientes, limitando los grados de libertad que tiene el Proyectista para operar en ellos. Una mala decisión tomada en las primeras etapas del proceso de proyecto, puede impedir que se llegue a una solución satisfactoria o a la necesidad de desandar varios pasos y recomenzar nuevamente con el proyecto desde allí. Esta dificultad hace que sea complejo construir herramientas computacionales que puedan ser empleadas en estas etapas iniciales.

En matemáticas los sistemas de ecuaciones transforman los datos de entrada en resultados y, en los casos de los problemas que se plantean para intentar comprender los fenómenos de la naturaleza, estos sistemas son lo que denominamos modelos matemáticos. En ellos las ecuaciones actúan en simultáneo e, interpretadas geométricamente, originan una superficie en un espacio de (n) dimensiones que debe considerarse en su conjunto y como un todo. Los sistemas de ecuaciones más sencillos son los *lineales* y, geométricamente, dan forma a superficies planas en espacios de (n) dimensiones. Los más complejos son *no-lineales* y dan origen a superficies con irregularidades locales ─depresiones, cumbres y quiebres─ de diferentes magnitudes, mucho más complejos de analizar. Se puede operar en forma relativamente sencilla con los sistemas lineales, pero estos no se ajustan bien a un mundo no-lineal; con ellos se puede tener garantía matemática de lo que se hace, pues son relativamente sencillos y manejables[36], pero los resultados a los que conduce son poco precisos, ello se debe a que los modelos lineales solo existen en las matemáticas pero no en la naturaleza. Por su parte, en un sistema borroso, compuesto por un conjunto acotado de reglas borrosas, cada una de estas se aplica a solo una parte de la superficie que representa el problema y lo que se busca es que cada una de ellas cubra una única depresión, cúmulo o quiebre.

La Teoría de Conjuntos Borrosos puede considerarse como una herramienta válida para ordenar y facilitar los procesos de toma de decisiones[37], que es justamente lo que ocurre cuando se proyecta una estructura resistente. Fue desarrollada para encarar problemas de cálculo basados en datos y conceptos imprecisos, por lo que resulta adecuada para facilitar el desarrollo de un proyecto estructural en su conjunto, es decir, incluyendo todos sus pasos. Todo proyecto de una estructura resistente, que es en sí un proceso de toma de decisiones en forma sucesiva, donde las previas condicionan en cierto modo a las posteriores, se inicia con la determinación de una tipología ─una determinada forma estructural─ a partir de la cual comienza efectivamente el proceso de cálculo y se comprueba si la estructura puede dar respuesta a la o las necesidades que han originado la construcción de la obra. La construcción destinada a cubrir estas necesidades deberá satisfacer, para poder hacerlo eficientemente, ciertas cualidades de comportamiento bajo carga que se establecen mediante determinados *criterios de comportamiento* que consisten en conjuntos borrosos y que están establecidos en los Códigos o Reglamentos de construcción. Estas formas de comportamiento preestablecidas deberán ser satisfechas mediante la adecuada elección de los datos de partida, que también son conjuntos borrosos. En resumen, tanto los datos como los criterios de comportamiento, son expresados por medio de *conjuntos borrosos*.

Los valores que permitirán dar acabado cumplimiento a un proceso de proyecto, se pueden agrupar en tres categorías que tienen las siguientes características:
a) Datos: valores de ciertas variables intervinientes en el proceso de proyecto, en general desde las primeras etapas, que son fijados por el Proyectista en base a experiencia, conocimientos y buen criterio; se trata de Conjuntos Borrosos (v_i) con (i=1,2,..,n);
b) Criterios de comportamiento: sus valores son especificados en base a requerimientos funcionales de carácter general y no dependen de los deseos del Proyectista sino del destino de la construcción. Condicionan completamente el proceso de proyecto que, en definitiva, tiene como objetivo darles satisfacción. Son Conjuntos Borrosos (p_k) con (k=1,2,…,r);
c) Resultados: sus valores son el resultado de los datos adoptados y de los criterios de funcionamiento respetados; se trata también de conjuntos borrosos.

[36] Lo que no implica que siempre se los pueda resolver.
[37] Decisiones que siempre debe tomar quien desarrolla el proyecto, para esto no hay sustitutos posibles.

Una secuencia operativa para este tipo de planteos, podría ser la siguiente:

1) Se determinan los conjuntos borrosos correspondientes a cada uno de los universos de datos a considerar como datos de partida: (v_i) con (i=1,2,…,n), cuyos valores admisibles ─rango aceptable de imprecisión─ están comprendido en intervalos (V_i), del eje de los números reales; por ejemplo (fig. 10), supongamos que el Proyectista estima que el valor óptimo de (v_i) es (≈15 cm) y que resultarían aceptables valores no menores a (10 cm) ni mayores de (22 cm), adoptando una función de pertenencia triangular ─elección que en estos casos suele ser válida─ su expresión va a ser [F_i=(15,5,7)].

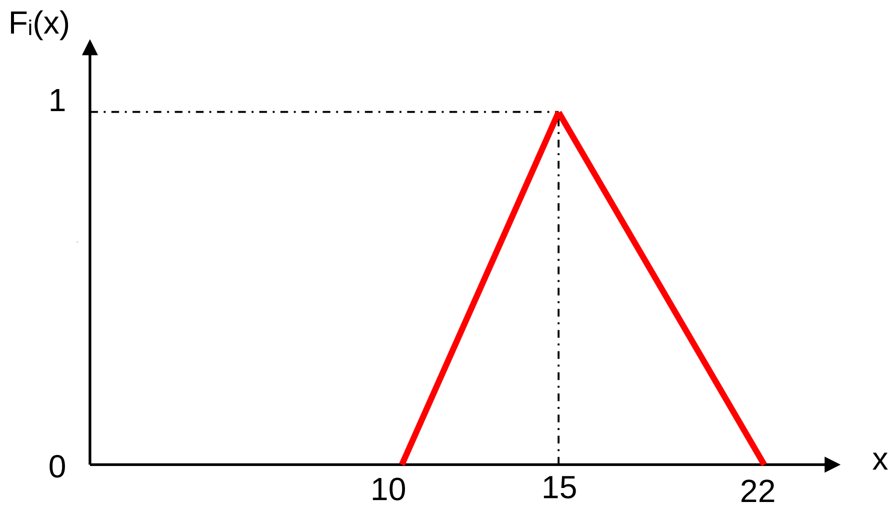


Figura 10

2) Se determinan los valores admisibles de los criterios de comportamiento: (p_k) con (k=1,2,…,r), que también son conjuntos borrosos que vienen dados por los Reglamentos y por los deseos del propietario.
3) Una vez definidos ambos conjuntos borrosos (v_i) y (p_k), de establecen las relaciones que los vinculan ─que surgen del modelo matemático utilizado─, cada criterio de comportamiento va a ser función de algunos o todos los datos de partida: (p_k) = f(v_1;v_2; ….;v_n) con (k=1,2,…,r). Estos Conjuntos Borrosos indican el grado de cumplimiento de los criterios de comportamiento establecidos en base a los datos de partida adoptados y se los determina aplicando los procedimientos matemáticos correspondientes a la teoría de conjuntos borrosos.

Escapa a los límites del presente texto el ocuparnos de dichos procedimientos de cálculo, lo mismo ocurrió con las anteriores formas de construir el modelo matemático de la estructura en estudio. Para ello deberá consultarse la bibliografía existente al respecto. Solo expondremos, a título de ejemplo, el método de los "cortes-α".

3.4.5) Método de los "cortes-α"[38]. El tercer paso de la secuencia de cálculo precedente, se simplifica de modo considerable si se discretizan los Conjuntos Borrosos que representan los datos. Una manera sencilla de lograrlo consiste en aplicar el método conocido como de "cortes-α", que posibilita construir una *aproximación discreta* ─que denominaremos Conjunto (D)─ de un *Conjunto borroso* (A). En este procedimiento el segmento (X) del eje de abscisas, que indica el rango de validez de la función [F(x)], se divide en un número entero de segmentos iguales de valor (a), con lo que [a=(X/a)]. Para simplifica r el desarrollo de los cálculos es aconsejable dividir el segmento (X) en sub-segmentos (X_i) correspondientes a zonas de igual pendiente o de igual geometría[39]. Si, por ejemplo (X_1=16 años), como en el caso de (fig. 9) y la separación entre dos (cortes-α) consecutivos es de dos (2) años [α=(2 años /16 años)=0,125], en consecuencia, los cortes-α se ubican en las coordenadas siguientes

$$x(\text{años}) = 20(\text{años}) + n \; . \; 0{,}125 \; . \; 16(\text{años}); \qquad (n=1,2,\ldots,9)$$

Lo interesante del presente método consiste en que su aplicación a Conjuntos Borrosos permite que estos sean operados aplicando programas de cálculo sencillos.

<u>Ejemplo</u>: *Aproximación discreta de la función de pertenencia [F(x)] del Conjunto Borroso (A), que representa la sentencia imprecisa "persona de mediana edad".* En el presente caso el significado de la función de pertenencia es el siguiente: a) personas de entre 35 y 45 años se consideran plenamente de *mediana edad*; b) una persona de 20 años o menos, no se considera de *mediana edad*; c) las personas mayores de 20 años y menores de 35, a medida que su edad crece tienen grados de pertenencia cada vez mayores (ver tabla).

La precisión con que se discretice [F(x)] va a depender de las distancias existentes entre dos cortes-α sucesivos por lo cual, para que aquella sea lo más homogénea posible, conviene que dichas separaciones se adecúen a la forma geométrica de la función [F(x)]. En el presente caso (fig. 11), la función [F(x)] está

---

[38] Describiremos someramente este procedimiento operativo de los "corte-a", pues es de fácil comprensión, pero existen otros que en muchos casos pueden ser de empleo más conveniente,

[39] En el caso de (fig. 9) X=(60-20) años = 40 años y es conveniente dividir el rango de validez de la función en tres (3) segmentos: X_1=(36-20)años, X_2=(44-36)años y X_3=(60-44)años.

formada por tres (3) rectas y dos (2) puntos de unión entre ellas, o vértices. Estos vértices son puntos de quiebre y generan una discontinuidad en la derivada primera de [F(x)] por lo que conviene, por simplicidad operativa, que en correspondencia con ellos exista un corte-α. En estas condiciones y tomando

$$[(a_{(i-1)}+a_i)= 0{,}125.(x_{(\alpha i-1)} + x_{\alpha i}) = 2 \text{ años}]$$

Con lo cual los cortes-α se encuentran en (x=20,22,24, ….,60), obteniéndose el Conjunto Discreto (D {21, 23, ….., 59}). Como la función de pertenencia adoptada es simétrica, los valores de los integrantes del conjunto (D) para ($20 \leq x < 36$) son iguales a los correspondientes a ($44 < x \leq 60$) y se los representa en la (Tabla 1).

TABLA 1

(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Corte-(α_i) [años]	20	22	24	26	28	30	32	34	36
(a_i)	0	0,13	0,25	0,38	0,5	0,63	0,75	0,88	1,0
[$x(d_i)$] [años]		21	23	25	27	29	31	33	35
(d_i)		0,06	0,19	0,31	0,44	0,56	0,69	0,81	0,94

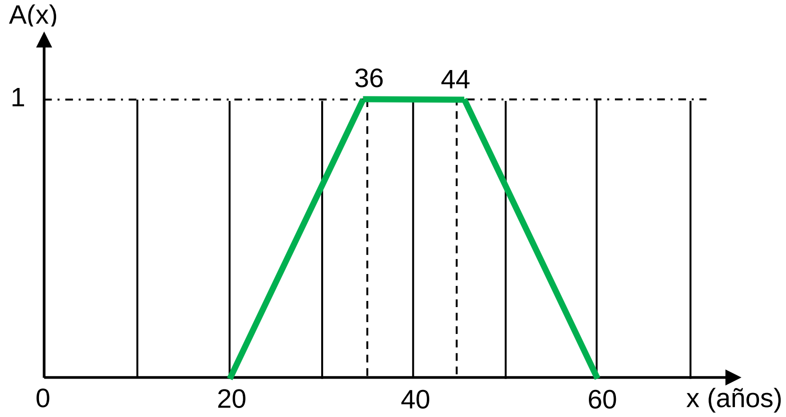


Figura 11

En este ejemplo se empleo la siguiente nomenclatura:

A_i = dato, Conjunto Borroso

x_i = universo de integrantes del Conjunto Borroso

a_i = grado de pertenencia al Conjunto Borroso (A_i) de cada uno de sus integrantes (x_i)

X_i = intervalo del eje de abscisas que comprende todos los (a_i) aceptables(x) = función que indica el grado de pertenencia del valor (x_i) al conjunto (A_i)

3.4.5) Aplicaciones Prácticas.

Ingenierías Mecánica y Civil: optimización de los procesos de proyecto; evaluación de las propiedades de estructuras existentes, evaluación de su vida útil remanente.

Ingeniería Industrial: Toma de decisiones en lo referente al proyecto, operación y control de sistemas industriales

4. Consideraciones finales

> *"Por otra parte, si hacer un cálculo excesivamente burdo, para una estructura de gran importancia, es una ligereza, el hacerlo excesivamente concienzudo y detallado, en casos de poca monta, es, aparte de una pérdida de tiempo, un claro indicio de falta de práctica y de criterio sobre estas cuestiones."*[40]

El proyecto de un cuerpo material resistente, consiste en poder predecir cómo reaccionará cuando se le apliquen cargas o sufra deformaciones impuestas o cómo se comportará con el transcurso del tiempo. Por su parte, un cuerpo material es un hecho físico ─por consiguiente impreciso─ que no puede ser estudiado directamente en sí mismo por lo que, para poder analizarlo, debe interpretárselo mediante un modelo matemático preciso. En estas condiciones, la secuencia de un proyecto estructural contiene, en líneas generales, los siguientes pasos principales:

1) Definición del cuerpo material a proyectar, se trata esencialmente de un acto creativo del proyectista, creatividad que se encuentra acotada por las condiciones de borde que imponen el contexto y las circunstancia específicas de cada obra en particular.

Todo lo que viene después consiste en demostrar, o no, que el cuerpo proyectado satisface las condiciones de borde impuestas, lo que solo puede hacerse operando sobre un modelo matemático.

2) Construcción de un modelo matemático que represente adecuadamente la estructura imaginada.
3) Resolución matemática del modelo, que implica poder predecir su comportamiento bajo determinadas circunstancias preestablecidas y verificar que satisface las condiciones de borde inicialmente impuestas. De no ser así, hay que volver al primer paso y modificarlo; esto se hará todas las veces que sea necesario hasta que el presente paso se satisfaga.

[40] Ver referencia bibliográfica [2].

El primer paso consiste en un acto creativo del proyectista en cuyo análisis no entraremos. El tercero es esencialmente el cometido de la Mecánica Computacional, a cuyo estudio el presente texto intenta se una introducción, y que con el desarrollo que ha alcanzado hoy en día la informática podemos suponer, a priori, que se encuentra en condiciones de resolver casi cualquier modelo matemático que se plantee en el área de conocimiento a la que nos estamos refiriendo. Queda finalmente la construcción de un modelo matemático "adecuado" del hecho físico que se está estudiando y en el que es esencial interpretar correctamente el término "adecuado". Para ello, la cita del acápite indica una forma racional de proceder.

En la presente obra hemos intentado ofrecer un panorama de cómo se puede cumplir acabadamente esta segunda etapa. Volvamos a ello. Hemos pasado revista a los principales procedimientos disponibles para construir el modelo matemático de una obra de ingeniería y los hemos expuestos en lo que se podría considerar un orden de complejidad conceptual y operativa crecientes y de precisión también creciente, o así debiera serlo.

Frente a un problema concreto, lo primero que hay que decidir es en base a qué teoría se construirá su modelo matemático, tarea más ardua de lo que puede parecer precisamente por el hecho, ya citado, de que cualquier modelo que se plantee va a poder ser resuelto. En esta instancia es imprescindible seleccionar la teoría que conduzca a una precisión suficiente con las menores complicación teórica y complejidad operativa y, para lograrlo, se dispone de ciertos criterios generales algunos de los cuales pasamos a exponer.

El primer criterio surge de la pregunta ¿si se puede resolver sin mayores inconvenientes casi cualquier modelo, por qué elegir el más simple de los adecuados? La respuesta es inmrdiata, mientras más sencillo y accesible sea el planteo teórico, será más fácil para el proyectista ir entendiendo el significado estructural de cada uno de los pasos que se den en el proceso de resolución del modelo. Esto es algo imprescindible en todo proyectista que se precie de tal.

El siguiente criterio, diverso del anterior, resulta tanto o más importante que aquel, es necesario estar seguro de que el procedimiento que se piensa utilizar es aplicable al problema en cuestión, principalmente que sus límites de validez lo incluyan. En otras palabras, es imprescindible que la herramienta de cálculo adoptada sea válida para resolver el problema planteado[41]. Por ejemplo, es común encontrar, en la práctica, que se ha utilizado un programa que supone que el cuerpo material es *continuo* para resolver estructuras que son discretas, como las estanterías de acopio tipo "racks", por lo que no satisfacen la hipótesis de base del método adoptado. Eduardo Torroja[42] expresa esta idea de la siguiente forma: "nunca se insistirá bastante en los peligros que lleva consigo la extrapolación de los métodos y reglas de cálculo usuales, a estructuras que se

---

[41] Si tenemos que clavar un clavo de poco nos sirve disponer de un destornillador.
[42] Referencia bibliográfica [2]

salen de los casos y tipos corrientes para los que se han ideado y en los que encuentran completa justificación."

Finalmente hay otro comentario que es necesario hacer, pues al problema se lo encuentra frecuentemente en la experiencia reciente. Consiste en el empleo, por proyectistas poco o nada experimentados, de poderosos programas de cálculo que exceden la capacidad teórica de quien lo emplea y que consecuentemente no sabe utilizarlo. En la mayoría de los casos también exceden holgadamente las necesidades del proyecto que se está desarrollando. Casi cualquiera puede hacerse de un programa de cálculo de gran complejidad, pero no muchos están en condiciones de aplicarlo correctamente y, en consecuencia, si los datos son errados mucho más lo van a ser los resultados, pues el programa siempre da una respuesta. Lo grave es que estos resultados suelen darse por válidos, con las consecuencias que son de imaginar.

* * * * *

Bibliografía

General

1. Penrose, Roger: "El camino a la realidad", Editorial Random House Mondadori, Barcelona, 2006.
2. Torroja, Eduardo: "Razón y Ser de los tipos estructurales", Editado por Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid, 1961.
3. Badiou, Alain: "El Concepto de Modelo", Ed. La Bestia Equilátera, Buenos Aires, 2009

Teoría de la Elasticidad. Los textos fundamentales son:

4. Beyer, Kurt
5. Timoshenko, Stephen: toda su obra

Teoría Eláto-Plástica

6. Dalman García, María Rosa y Vilardell Coma, José: "Análisis Plástico de Estructuras. Introducción", Editado por la Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 2003.

Teoría Probabilista de las Estructuras. Un texto básico es:

7. Ferry Borges, Julio:

Teoría Borrosa de las Estructuras.

8. Leung, K.S. y Lam, W: "Fuzzy Concepts in Expert Systems", Chinese University of Hong Kong, 1988.
9. Klir, G.J and Bo Juan: "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications", Prentice Hall, 1995.
10. Prigogine, Ilya: "El Fin de las Certidumbres", Ed. Andrés Bello, Barcelona, 1996.

11. Ostasiewicz, Walenty: “Some Philosophical Aspect of Fuzzy Sets”, Fuzzy Economic Review, N° 2, vol 1, noviembre de 1996
12. Kosko, Bart: “El Futuro Borroso o el Cielo en un Chip”, Ed. Drakontos, 2010.